МАТЕМАТИКА

1. Определите значение n, если шестизначное число $\overline{5537n2}$ делится на 18 без остатка.

A) **5** B) *1* C) *3* D) *7*

Решение: Чтобы шестизначное число $\overline{5537n2}$ делилось на 18 без остатка, нужно чтобы оно одновременно делилось на 2 и на 9 без остатка.
Число $\overline{5537n2}$ чётное, значит делится на 2 без остатка.
Чтобы число $\overline{5537n2}$ делилось и на 9 необходимо чтобы сумма цифр этого числа делилась без остатка на 9. Сложим все цифры числа $\overline{5537n2}$ и получим:
$5+5+3+7+n+2=22+n$ (здесь n – это цифра).
Чтобы $22+n$ делилось на 9 без остатка, n должна быть равна 5.
$22+n=22+5=27$, (число 27 делится на 9 без остатка).
При $n=5$ число $\overline{553752}$ делится на 18 без остатка.
Правильный ответ: 5
Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

2. Вычислить: $\dfrac{444}{333}+\dfrac{222}{666}+\dfrac{333}{999}$

A) **2** B) *1* C) *1,6* D) *1,5*

Решение: Сократим данные дроби:
Числитель и знаменатель дроби $\dfrac{444}{333}$ можно сократить на 111
$\dfrac{444}{333}=\dfrac{4\cdot\cancel{111}}{3\cdot\cancel{111}}=\dfrac{4}{3}$
Числитель и знаменатель дроби $\dfrac{222}{666}$ можно сократить на 222
$\dfrac{222}{666}=\dfrac{1\cdot\cancel{222}}{3\cdot\cancel{222}}=\dfrac{1}{3}$
Числитель и знаменатель дроби $\dfrac{333}{999}$ можно сократить на 333
$\dfrac{333}{999}=\dfrac{1\cdot\cancel{333}}{3\cdot\cancel{333}}=\dfrac{1}{3}$
Получаем дроби с одинаковыми знаменателями. Найдём сумму этих дробей:
$\dfrac{444}{333}+\dfrac{222}{666}+\dfrac{333}{999}=\dfrac{4}{3}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}=$
$=\dfrac{4+1+1}{3}=\dfrac{6}{3}=2$
Правильный ответ: 2
Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

3. Найдите тринадцатую цифру после запятой в записи числа $\frac{2}{33}$ в виде бесконечной периодической десятичной дроби.

A) **0** B) *6* C) *2* D) *3*

Решение: Обыкновенную дробь $\frac{2}{33}$ можно привести к дроби со знаменателем 99, умножив и числитель, и знаменатель на 3, а дробь со знаменателем 99 легко представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби.

$\frac{2}{33} = \frac{2\cdot 3}{33\cdot 3} = \frac{6}{99} = 0,(06) = 0,06060606\ldots$

В дроби $\frac{2}{33} = 0,06060606\ldots$ на всех чётный местах после запятой стоит цифра 6, а на всех нечётных местах после запятой стоит цифра 0. Так как 13 нечётное число, значит тринадцатая цифра после запятой будет 0.

Правильный ответ: 0

Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

4. Молоко на 10 % состоит из сливок. Сколько сливок (kg) в 32 kg молока?

A) **3,2** B) *3,1* C) *3,3* D) *3,4*

Решение: По условию задачи составим пропорцию

32 kg $\longrightarrow$ $100\ \%$
x kg $\longrightarrow$ $10\ \%$

Из пропорции получаем уравнение:

$\frac{32}{x} = \frac{100}{10}$

Отсюда $x = \frac{32\cdot 10}{100}$, значит $x = 3,2$

В 32 килограммах молока 3,2 килограмма сливок.

Правильный ответ: 3,2

Источник: Математика 6 класс М.Мирзаахмедов и др. "O‘qituvchi" 2017

5. Третье число больше второго на столько же, на сколько второе число больше первого числа. Произведение двух меньших из этих чисел равно 85, а произведение двух больших равно 115. Найти третье число, если все три числа положительны.

A) **11,5** B) *12,5* C) *12* D) *11*

Решение: По условию задачи обозначим неизвестные:
Пусть первое число будет x,
тогда второе число будет y и $y = x + d$,
а третье число z и $z = y + d = x + 2d$
Здесь $z > y > x > 0$.
Запишем произведение двух меньших из этих чисел (1) и двух больших (2)
1) $x \cdot y = 85$

$x\cdot(x+d) = 85 \Rightarrow x + d = \frac{85}{x}$

2) $y \cdot z = 115$
$(x+d)\cdot(x+2d) = 115$
Преобразуем второе уравнение к виду:
$(x+d)\cdot x + (x+d)\cdot 2d = 115$
Подставим в него значения $x\cdot(x+d)$ и $x+d$ из первого уравнения и упростим:

$85 + \frac{85}{x}\cdot 2d = 115$

$\frac{85\cdot 2d}{x} = 115 - 85$

$\frac{d}{x} = \frac{30}{85\cdot 2} \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{3}{17} \Rightarrow d = \frac{3x}{17}$

Значение $d = \frac{3x}{17}$ подставим в уравнение $x\cdot(x+d) = 85$ и решим его:

$x\cdot\left(x + \frac{3x}{17}\right) = 85$

$x\cdot\frac{20x}{17} = 85$

$x^2 = \frac{85\cdot 17}{20} = \frac{17\cdot 17}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{17}{2}$, по условию $x > 0$, значит $x = \frac{17}{2}$, а

$d = \frac{3x}{17} = \frac{3}{17}\cdot x = \frac{3}{17}\cdot\frac{17}{2} = \frac{3}{2}$

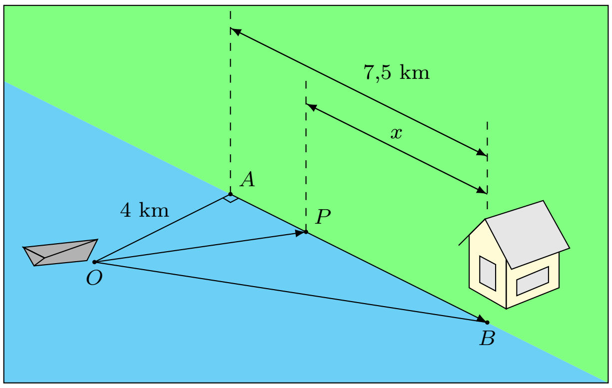
Найдём третье число:

$z = y + d = x + 2d = \frac{17}{2} + 2\cdot\frac{3}{2} =$
$= 8,5 + 3 = 11,5$

Правильный ответ: 11,5

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

6. Анвар плывёт на лодке в стоячей воде с постоянной скоростью 3 km/h. По суше Анвар двигается с постоянной скоростью 5 km/h. По данным рисунка определите за какое самое короткое время (минут) Анвар доберётся от его текущего положения до дома.



A) **154** B) *170* C) *152* D) *156*

Решение: По условию задачи скорость лодки , скорость движения Анвара по суше $v_a = 5$ km/h, а скорость течения $v_0 = 0$ km/h. Пусть самое короткое время займёт путь по траектории вдоль отрезков OP и PB. Обозначим $PB = x$ km (здесь $0 \le x \le 7,5$), тогда $AP = 7,5 - x$ km. Получаем:

$OP = \sqrt{OA^2 + AP^2} = \sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}$

Значит время – это функция, зависящая от x:

$$t = \frac{\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}}{3} + \frac{x}{5}$$

Наименьшее значение этой функции найдём с помощью производной:

$$t' = \frac{\left(\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}\right)'}{3} + \left(\frac{x}{5}\right)' =$$

$$= \frac{x - 7,5}{3\sqrt{4^2 + (7,5 - x)^2}} + \frac{1}{5} = 0$$

Решив полученное уравнение, получаем $x = 4,5$.

Значит наименьшее время, за которое Анвар доберётся до дома, равно

$$t = \frac{\sqrt{4^2 + 3^2}}{3} + \frac{4,5}{5} = \frac{5}{3} + \frac{9}{10} = \frac{77}{30} \text{ часа}$$

или 154 минуты.

Правильный ответ: 154

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

7. Вычислите:
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + 2 - \sqrt[4]{(-5)^2}$

A) 4 B) 0 C) -3 D) 5

Решение: Выражение
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + 2 - \sqrt[4]{(-5)^2}$
разделим для удобства на 3 части
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$; $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$; $\sqrt[4]{(-5)^2}$ и
упростим каждую из них:

1) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{4 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 2} =$
$= \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2} =$
$= \sqrt{\left(2 - \sqrt{2}\right)^2} = \left|2 - \sqrt{2}\right|$, так как $2 > \sqrt{2} > 0$ получаем
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$.

2) $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + 2} =$
$= \sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2} =$
$= \sqrt{\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$
Получаем, что $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$.

3) $\sqrt[4]{(-5)^2} = \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$
Получаем, что $\sqrt[4]{(-5)^2} = \sqrt{5}$.

Подставляем полученные данные в исходное выражение
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + 2 - \sqrt[4]{(-5)^2}$ и
упрощаем его:
$\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + 2 - \sqrt[4]{(-5)^2} =$
$= 2 - \underline{\sqrt{2}} + \underline{\underline{\sqrt{5}}} + \underline{\sqrt{2}} + 2 - \underline{\underline{\sqrt{5}}} = 2 + 2 = 4$

Правильный ответ: 4

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

8. Какое из ниже перечисленных чисел не является членом арифметической прогрессии $4; 7; 10; 13; \ldots$?

A) 32 B) 31 C) 37 D) 49

Решение: Члены арифметической прогрессии 4; 7; 10; 13; ... запишем в виде:
$3+1;\ 6+1;\ 9+1;\ 12+1;\ \ldots$
Значит общий член этой прогрессии
$a_n = 3n+1$ (где $n \in N$)
Исходя из записи можно сделать вывод что все члены данной арифметической прогрессии состоят из натуральных чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 1.
По этому признаку из приведенных чисел не подходит только число 32, так как оно при делении на 3 даёт в остатке 2.
Правильный ответ: 32
Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019.

9. Упростите выражение $\dfrac{x^2-4}{4x^2} \cdot \dfrac{2x}{x+2}$ и найдите его значение при $x = 4$.

A) **0,25** B) *0,05* C) *0,02* D) *0,01*

Решение: Прежде чем подставлять значение x упростим выражение:
$$\frac{x^2-4}{4x^2} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{{}_2\cancel{4}x^{\cancel{2}}} \cdot \frac{\cancel{2x}}{\cancel{x+2}} =$$
$$= \frac{x-2}{2x}$$
В упрощенное выражение $\dfrac{x-2}{2x}$ подставим значение $x = 4$ и получим:
$$\frac{x-2}{2x} = \frac{4-2}{2\cdot 4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$$
Правильный ответ: 0,25
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

10. Сократить дробь $\dfrac{15x^2-x-28}{3x+4}$

A) $5x-7$ B) $5x+7$ C) $x+7$ D) $x-7$

Решение: Разложим числитель дроби $\dfrac{15x^2-x-28}{3x+4}$ на множители и сократим получившуюся дробь:
$$\frac{(5x-7)\cancel{(3x+4)}}{\cancel{3x+4}} = 5x-7$$
Правильный ответ: $5x-7$
Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

11. Найти $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{4}$

A) $\dfrac{3}{2}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

Решение: Чтобы из выражения $\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{4}$ найти значение $\sin 2\alpha$, умножим обе части этого выражения на 2 и упростим:
$$2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{4}\cdot 2$$
$$2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}$$
Используя формулу двойного угла $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ преобразуем выражение:
$$2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}$$
$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$
Правильный ответ: $\dfrac{1}{2}$
Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O'qituvchi" 2019

12. Вычислите:
$\sin^6 2 - 3\sin^4 2 + 3\sin^2 2 + \cos^6 2 + 2$

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0

Решение: Из выражения $\sin^6 2 - 3\sin^4 2 + 3\sin^2 2 + \cos^6 2 + 2$, с помощью основного тригонометрического тождества $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ и формулы сокращённого умножения преобразуем $\cos^6 2$ и получим:
$\cos^6 2 = (\cos^2 2)^3 = \left(1 - \sin^2 2\right)^3 =$
$= 1 - 3\sin^2 2 + 3\left(\sin^2 2\right)^2 - \left(\sin^2 2\right)^3 =$
$= 1 - 3\sin^2 2 + 3\sin^4 2 - \sin^6 2.$
Подставим получившееся выражение в исходное вместо $\cos^6 2$ и упростим:
$\underline{\sin^6 2} - \underline{\underline{3\sin^4 2}} + \underline{\underline{\underline{3\sin^2 2}}} + 1 - \underline{\underline{\underline{3\sin^2 2}}} +$
$+ \underline{\underline{3\sin^4 2}} - \underline{\sin^6 2} + 2 = 1 + 2 = 3$

Правильный ответ: 3

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

13. В уравнении $5 + 5^{2x+y} - 5^{x+1} - 5^{x+y} = 0$, выразить x через y, если $x \neq 0$.

A) $x = 1 - y$ B) $x = -1 - y$
C) $x = y - 1$ D) $x = y + 1$

Решение: Разложим левую часть уравнения $5 + 5^{2x+y} - 5^{x+1} - 5^{x+y} = 0$ (где $x \neq 0$) на множители:
$\underline{5} + \underline{\underline{5^{2x} \cdot 5^y}} - \underline{5 \cdot 5^x} - \underline{\underline{5^x \cdot 5^y}} = 0$
$5\left(1 - 5^x\right) - 5^x \cdot 5^y \left(1 - 5^x\right) = 0$
$\left(5 - 5^x \cdot 5^y\right) \cdot \left(1 - 5^x\right) = 0$
Чтобы произведение было равно нулю, один из множителей должен быть равен нулю. Рассмотрим оба варианта:
$1 - 5^x = 0$ или $5 - 5^x \cdot 5^y = 0$
1) решив уравнение $1 - 5^x = 0$ получаем $5^x = 1 \Rightarrow 5^x = 5^0 \Rightarrow x = 0$, что противоречит условию задачи $x \neq 0$.
2) решив уравнение $5 - 5^x \cdot 5^y = 0$ получаем
$5^{x+y} = 5 \Rightarrow 5^{x+y} = 5^1 \Rightarrow x + y = 1 \Rightarrow$
$x = 1 - y$
Ответ $x = 1 - y$ не противоречит условию, значит является верным.

Правильный ответ: $x = 1 - y$

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

14. Решите уравнение: $x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$

A) **14** B) 5 C) 25 D) 7

Решение: Сначала найдём область определения:
$$\begin{cases} \log_5 x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$
Для решения уравнения $x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$ (где $x > 0$, $x \neq 1$) применим к левой части уравнения формулы $\dfrac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$ и $a^{\log_a b} = b$:
$x^{\frac{\log_5 \log_5 x}{\log_5 x}} = \log_5 14$
$x^{\log_x \log_5 x} = \log_5 14$
$\log_5 x = \log_5 14$
Уравнение $\log_5 x = \log_5 14$ решается с помощью свойства логарифма:
$$\begin{aligned} \log_a b &= \log_a c \\ b &= c \end{aligned}$$
По данному свойству получаем, что $x = 14$.

Правильный ответ: 14

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

15. Найти значение $x_0 + 2$, где x_0 является натуральным корнем уравнения
$(x^2 + x) + (x^2 + 2x) + ... + (x^2 + 19x) = 1425$

A) **7** B) *10* C) *8* D) *6*

Решение: В выражении
$(x^2 + x) + (x^2 + 2x) + \ldots + (x^2 + 19x) = 1425$
раскроем скобки и приведем к виду:
$x^2 + x + x^2 + 2x + \ldots + x^2 + 19x = 1425$
Упростим полученное выражение, приведя подобные члены:
$\underline{x^2} + \underline{\underline{x}} + \underline{x^2} + \underline{\underline{2x}} + \ldots + \underline{x^2} + \underline{\underline{19x}} = 1425$
$19x^2 + \underline{x + 2x + \ldots + 19x} - 1425 = 0$
$19x^2 + (1 + 2 + \ldots + 19)\,x - 1425 = 0$
Сумму $1 + 2 + \ldots + 19$ вычислим с помощью формулы:

$$1 + 2 + \ldots + N = \frac{N \cdot (N + 1)}{2}$$

$$1 + 2 + \ldots + 19 = \frac{19 \cdot (19 + 1)}{2} =$$

$$= \frac{19 \cdot 20}{2} = 190$$

Получаем квадратное уравнение $19x^2 + 190x - 1425 = 0$, все коэффициенты которого для удобства делим на 19 и получим уравнение:
$x^2 + 10x - 75 = 0$
По теореме Виета уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ решается с помощью системы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$ где x_1 и x_2 корни уравнения.

Применив теорему Виета к уравнению $x^2 + 10x - 75 = 0$, получаем корни уравнения $x_1 = -15$ и $x_2 = 5$.
Число -15 не является натуральным, значит единственным натуральным корнем уравнения
$(x^2 + x) + (x^2 + 2x) + \ldots + (x^2 + 19x) = 1425$
будет $x_0 = 5$.
Тогда $x_0 + 2 = 7$

Правильный ответ: 7

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

16. Если пара чисел $(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases}$, то найти значение $x - \sqrt{xy} + y$.

A) *5* B) *6* C) **7** D) *8*

Решение: Для нахождения значения выражения $x - \sqrt{xy} + y$ разложим первое уравнение системы на множители

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - xy = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 - xy = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 - \left(\sqrt{xy}\right)^2 = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x + \sqrt{xy} + y\right) \cdot \left(x - \sqrt{xy} + y\right) = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases}$$

Подставим вместо первого множителя его значение из второго уравнения и упростим:

$$\begin{cases} 8 \cdot \left(x - \sqrt{xy} + y\right) = 56 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{xy} + y = 7 \\ x + \sqrt{xy} + y = 8 \end{cases}$$

Получаем $x - \sqrt{xy} + y = 7$

Правильный ответ: 7

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

17. Решить неравенство $\left|\dfrac{5}{2x-6}\right| > \dfrac{7}{9}$

A) $(-\infty; -\dfrac{3}{14}) \cup (6\dfrac{3}{14}; +\infty)$

B) $(-\dfrac{3}{14}; 6\dfrac{3}{14})$

C) $(-\dfrac{3}{14}; 3) \cup (3; 6\dfrac{3}{14})$

D) $(-\dfrac{3}{14}; 0) \cup (0; 6\dfrac{3}{14})$

Решение:

$$\left|\frac{5}{2x-6}\right| > \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{2x-6}{5}\right| < \dfrac{9}{7} \\ 2x-6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{9}{7} < \dfrac{2x-6}{5} < \dfrac{9}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{45}{7} < 2x-6 < \dfrac{45}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{7} < 2x < \dfrac{87}{7} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{14} < x < \dfrac{87}{14} \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\frac{3}{14}; 3\right) \cup \left(3; 6\frac{3}{14}\right)$$

Правильный ответ:
$x \in \left(-\dfrac{3}{14}; 3\right) \cup \left(3; 6\dfrac{3}{14}\right)$

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

18. При каких значениях b, функция $f(x) = 5x + b$ является чётной?

A) **ни при каких значениях** B) $b < 0$
C) $b > 0$ D) $b = 2n$, $n \in N$

Решение: Если задана линейная функция вида $f(x) = kx + b$, то она будет чётной только если $k = 0$. Чётность функции не зависит от значения b. В данной функции $k = 5$, значит функция не будет чётной ни при каких значениях b.

Правильный ответ: ни при каких значениях.

Источник: Алгебра 8 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

19. Чему равно b, если число $\sqrt{5}$ является нулем функции $y = -2x^2 + bx - 15$?

A) $\mathbf{5\sqrt{5}}$ B) *1* C) $5\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$

Решение: По условию точка $\left(\sqrt{5}; 0\right)$ является нулем функции, значит
$y\left(\sqrt{5}\right) = 0$.
Подставим значение в функцию и найдём значение b:
$0 = -2\left(\sqrt{5}\right)^2 + b \cdot \sqrt{5} - 15$, отсюда $b = 5\sqrt{5}$.

Правильный ответ: $5\sqrt{5}$

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

20. Найдите производную функции $f(x) = 7x^3 + \sin(5x)$

A) $21x^2 + 5\cos(5x)$

B) $21x^2 - 5\cos(5x)$

C) $7x^2 - 5\cos(5x)$

D) $\dfrac{7x^2}{3} + \dfrac{\cos(5x)}{5}$

Решение: Для нахождения производной функции $f(x) = 7x^3 + \sin(5x)$ нам понадобятся: правило нахождения производной от суммы функций, формула нахождения производной от степенной функции $(ax^n)' = nax^{n-1}$ и формула нахождения производной от тригонометрической функции $(\sin kx)' = k\cos kx$. Применим правила и найдём производную:
$f'(x) = (7x^3 + \sin(5x))' =$
$= 3 \cdot 7x^2 + 5 \cdot \cos(5x) = 21x^2 + 5\cos(5x)$

Правильный ответ: $21x^2 + 5\cos(5x)$

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

21. Найдите наименьшее значение функции $y = x + \dfrac{25}{x-5}$ на промежутке $(5; \infty)$.

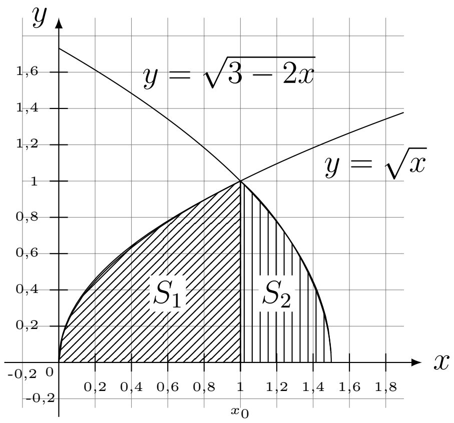
A) **15** B) *14* C) *16* D) *13*

Решение: Пусть функция $f(x)$ определена и имеет производную на промежутке $(5; +\infty)$.
Найдём производную функции
$f'(x) = \left(x + \dfrac{25}{x-5}\right)' = 1 - \dfrac{25}{(x-5)^2}$.
Приравняем к нулю производную и найдём стационарные точки:
$f'(x) = 1 - \dfrac{25}{(x-5)^2} = 0$
$(x-5)^2 = 25$
Отсюда $x_1 = 0$ и $x_2 = 10$. Точка $x_1 = 0$ не принадлежит рассматриваемому промежутку $(5; +\infty)$. Точка $x_0 = 10$ является локальным минимумом, так как на промежутке $(5; 10]$ функция убывает, а на промежутке $[10; +\infty)$ возрастает.
Найдём значение функции в точке $x_0 = 10$:
$f(10) = 10 + \dfrac{25}{10-5} = 15.$
Правильный ответ: 15
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

22. Вычислите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:
$y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{3-2x}$, $y = 0$

A) 1 B) 0 C) $1,5$ D) $2,5$

Решение: Необходимо найти площадь криволинейной трапеции. Сначала найдём точки пересечения функций. Для этого приравняем функции и решим получившееся уравнение $\sqrt{x} = \sqrt{3-2x}$.
Получаем что функции пересекаются в точке $x_0 = 1$.



Разделим фигуру на 2 части, с площадями S_1 и S_2, как показано на рисунке. Площадь всей фигуры найдём путём сложения площадей её составляющих $S = S_1 + S_2$. Площадь первой части $S_1 = \int\limits_0^{x_0} \sqrt{x}dx$ и площадь второй части $S_2 = \int\limits_{x_0}^{\frac{3}{2}} \sqrt{3-2x}dx$

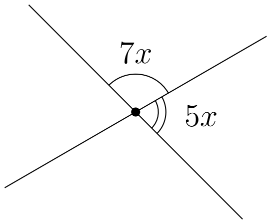
$$S = \int\limits_0^1 \sqrt{x}dx + \int\limits_1^{\frac{3}{2}} \sqrt{3-2x}dx =$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_0^1 - \frac{1}{3}\sqrt{(3-2x)^3}\Big|_1^{\frac{3}{2}} =$$
$$= \frac{2}{3}\left(\sqrt{1^3} - \sqrt{0^3}\right) -$$
$$-\frac{1}{3}\left(\sqrt{\left(3 - 2\cdot\frac{3}{2}\right)^3} - \sqrt{(3-2\cdot 1)^3}\right) = 1$$

Правильный ответ: 1
Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

23. Градусные меры двух углов, полученных при пересечении двух прямых, относятся как 7 : 5. На сколько градусов меньший из этих углов меньше большего угла?

A) **30°** B) *45°* C) *75°* D) *60°*

Решение: При пересечении двух прямых образуются 4 угла, каждая пара из которых является либо смежными, либо вертикальными углами. Вертикальные углы равны между собой, а значит их отношение 1 : 1. По условию углы не равны, значит пара углов являются смежными и по свойству смежных углов их сумма равна 180°. Пусть коэффициент пропорциональности равен x, тогда первый угол будет равен $7x$, а второй $5x$.

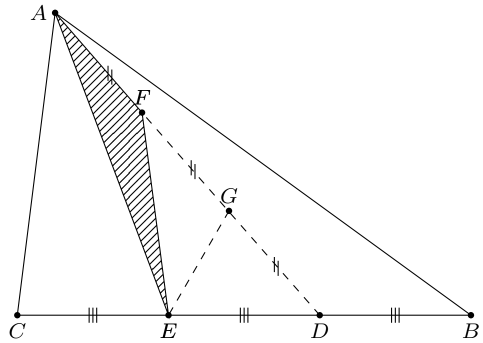


Составим уравнение и решим:
$7x + 5x = 180°$
$12x = 180°$
$x = 15°$
Разность большего и меньшего из этих углов равна:
$7x - 5x = 2x = 2 \cdot 15° = 30°$
Правильный ответ: 30°
Источник: Геометрия 8 класс А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

24. В треугольнике ABC точки D и E делят сторону BC на три равные части ($BD = DE = EC$), а точки F и G делят отрезок AD на три равные части ($AF = FG = GD$). Найдите отношение площади треугольника AFE к площади треугольника ABC.

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{4}$

Решение:



Обозначим площадь $\triangle ABC$ за S. Для $\triangle ACD$ отрезок AE является медианой, а для $\triangle ABE$ отрезок AD является медианой. По свойству медианы, $\triangle ABC$ разделён на 3 равновеликих треугольника. Значит $S_{\triangle ADE} = \frac{S}{3}$. По тому же свойству для $\triangle ADE$ получаем, что $S_{\triangle AFE} = \frac{S_{\triangle ADE}}{3}$. Следовательно:

$$S_{\triangle AFE} = \frac{S_{\triangle ADE}}{3} = \frac{S}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AFE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$$

Правильный ответ: $\frac{1}{9}$

Источник: Геометрия 8 класс А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

25. $ABCD$ - ромб, если $AC > BD$ и $\dfrac{AC}{BD} - \dfrac{BD}{AC} = 2$. Найти $\angle A$.

A) $45°$ B) $30°$ C) $arctg2$ D) $2arctg2$

Решение: Обозначим диагонали ромба d_1 и d_2 ($d_1 = AC$, $d_2 = BD$), стороны ромба a и углы ромба $\angle A = \alpha$, $\angle B = 180° - \alpha$.
Упростим данные из условия:

$$\frac{AC}{BD} - \frac{BD}{AC} = 2 \Leftrightarrow \frac{AC^2 - BD^2}{AC \cdot BD} = 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{{d_1}^2 - {d_2}^2}{d_1 \cdot d_2} = 2 \Leftrightarrow {d_1}^2 - {d_2}^2 = 2d_1 \cdot d_2$$

Применим формулу площади ромба $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2} = a^2 \sin\alpha$ и получим уравнение $d_1 \cdot d_2 = 2a^2 \sin\alpha$. Так как $\cos(180 - \alpha) = -\cos\alpha$, то по теореме косинусов найдём значение диагоналей ромба и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} {d_1}^2 = 2a^2 + 2a^2\cos\alpha \\ {d_2}^2 = 2a^2 - 2a^2\cos\alpha \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения системы второе и получим:
${d_1}^2 - {d_2}^2 = 4a^2\cos\alpha$.
Обобщив ранее полученные результаты, получаем:

$$\begin{cases} {d_1}^2 - {d_2}^2 = 4a^2\cos\alpha \\ {d_1}^2 - {d_2}^2 = 2d_1 \cdot d_2 = 4a^2\sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4a^2\cos\alpha = 4a^2\sin\alpha$$
$$\cos\alpha = \sin\alpha$$
$$tg\alpha = 1$$

Так как $AC > BD$, то α − острый угол, значит:
$\alpha = 45°$

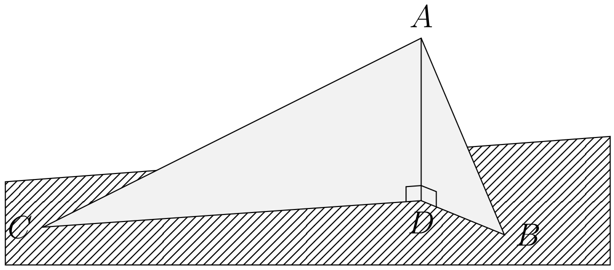
Правильный ответ: $45°$

Источник: Геометрия 8 класс
А.Рахимкариев "Yangiyo‘l poligraf servis" 2019

26. Из точки вне плоскости опущены две наклонные с длинами соответственно 12; $6\sqrt{2}$ и перпендикуляр. Найти длину перпендикуляра, если наименьший из углов при основаниях наклонных равен $30°$.

A) **6** B) *5* C) *4* D) *3*

Решение:



На рисунке показаны точка A, не лежащая на плоскости, две наклонные AC и AB, перпендикуляр AD. По условию $AC > AB$, значит угол C равен $30°$, как меньший при основании наклонных. Рассмотрим $\triangle ACD$, в нём $AC = 12$, $\angle C = 30°$ и $\angle ADC$ прямой, так как AD перпендикуляр. По определению синуса и зная, что $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$, получаем, что:

$$\sin\angle C = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{AD}{12} \Leftrightarrow AD = 6$$

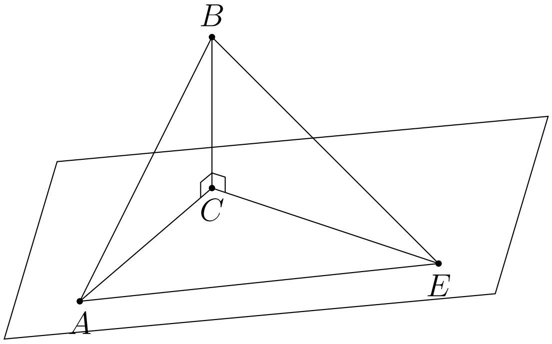
Правильный ответ: 6

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

27. Из точки, находящейся на расстоянии 2 от плоскости, проведены две наклонные к плоскости под углом 30°. Угол между проекциями этих наклонных 120°. Найти расстояние между основаниями наклонных.

A) **6** B) *4* C) *2* D) *8*

Решение:



На рисунке изображена точка B, не лежащая на плоскости, две наклонные BA и BE и перпендикуляр к плоскости BC. Прямоугольные треугольники ABC и BCE равны. В них $\angle A = \angle E = 30°$, значит используя определение тангенса, можем найти стороны $AC = EC$:

$\operatorname{tg} \angle A = \dfrac{BC}{AC} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{2}{AC} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow AC = EC = 2\sqrt{3}$

В $\triangle ACE$ $\angle C = 120°$. Применим для него теорему косинусов и найдём расстояние между основаниями наклонных AE:

$$AE^2 = AC^2 + EC^2 - 2AC \cdot EC \cdot \cos 120°$$

$$AE^2 = 12 + 12 - 2 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$AE = 6$$

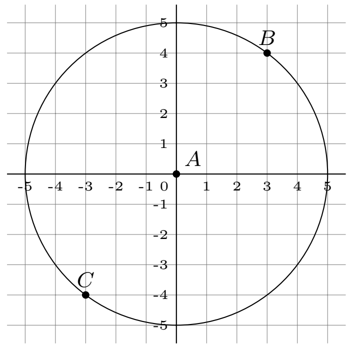
Правильный ответ: 6

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 10 класс М.Мирзаахмедов и др. "Extremum press" 2017

28. Найдите координаты точки, полученной при повороте на 180° точки $(3; 4)$ вокруг начала координат.

A) **(−3; −4)** B) *(−3; 4)* C) *(3; −4)* D) *(−4; 3)*

Решение:



Точка с координатами $(3; 4)$, изображённая на рисунке, перемещаясь по окружности вокруг начала координат на угол 180°, переходит в точку симметричную ей относительно точки $(0; 0)$. При этой симметрии её координаты переходят в $(-3; -4)$.

Правильный ответ: $(-3; -4)$

Источник: Алгебра 9 класс Ш.Алимов и др. "O‘qituvchi" 2019

29. Сколько различных трехзначных чисел (с не повторяющимися цифрами) можно составить из цифр 1, 3 и 5?

A) **6** B) *9* C) *7* D) *8*

Решение: Чтобы найти количество n-значных чисел, составленных из n различных цифр без их повторения, нужно воспользоваться формулой перестановки:

$P_n = n!$

По условию задачи имеем 3 цифры, значит:

$P_3 = 3! = 6$

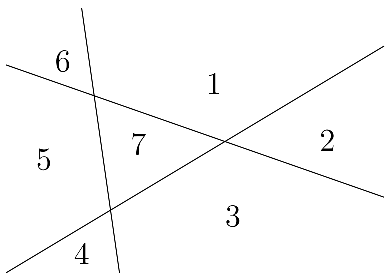
Правильный ответ: 6

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018

30. На плоскости проведены 3 прямые. На какое наибольшее число частей делят эти прямые данную плоскость?

A) **7** B) *6* C) *3* D) *4*

Решение:



Как показано на рисунке, 3 прямые могут разделить плоскость максимум на 7 частей.

Правильный ответ: 7

Источник: Математика (алгебра и основы математического анализа, геометрия) I-II часть 11 класс М.Мирзаахмедов и др. "Zamin nashr" 2018